

Come fare della matematica uno strumento di formazione culturale dei giovani

di Carlo Felice Manara

La matematica è una delle colonne portanti della cultura contemporanea e il suo insegnamento deve essere considerato come fondamentale per la formazione intellettuale e anche morale del giovane. La ricerca di contenuti e di motivazioni rigorosamente legittimate sul piano epistemologico sembra la strada migliore per dare un'immagine viva della matematica: l'immagine di una scienza che parte dal concreto e costruisce le proprie strutture formali astratte, quando ve ne sia la necessità, e quando la massa di contenuti che si devono dominare giustifica la creazione di opportuni linguaggi formalizzati.

Le nostre idee sulla Matematica e sul suo insegnamento sono legate al nostro modo di concepire la cultura ed il compito della scuola; pensiamo quindi di parlare brevemente di questi temi, per evitare equivoci e fraintendimenti. Infatti noi intendiamo qui dare al termine « cultura » non il significato generico e confuso che è oggi di moda (per cui c'è chi parla addirittura della « Cultura del cavallo ») ma vorremmo riservare al termine il significato originario, specifico che ha sempre avuto, prima della confusione odierna; precisamente vorremmo designare con il termine « cultura » un insieme di conoscenze che non soltanto costituisce un cumulo di informazioni utili alla pratica di una professione quale si voglia, ma è diventato un patrimonio interiore posseduto dal soggetto, in modo da fondare un suo giudizio indipendente, autonomo e personale delle cose, del mondo, della storia e quindi in modo da fondare un comportamento indipendente e libero nel senso più pieno della parola.

In questo ordine di idee, noi riteniamo che il compito principale della scuola sia quello di conferire una cultura, nel senso che abbiamo precisato or ora. Invero, quando si sia ottenuto questo risultato, l'uomo sarà in grado di impadronirsi, quando vorrà e riterrà opportuno, dei particolari della tecnica professionale. Invece, in mancanza di

questo atteggiamento, ogni possesso di informazioni, per quanto numerose e specializzatissime, conferirebbe ben poco alla personalità di chi lo possiede. A queste poche precisazioni, vorremmo aggiungere l'osservazione che — a nostro parere — ogni discorso sul valore formativo e culturale dell'insegnamento della Matematica è strettamente collegato con il giudizio che si dà del posto che la scienza tiene nella nostra civiltà. Invero non vi è dubbio sul fatto che la scienza costituisca oggi una componente fondamentale della nostra vita; ma vorremmo anche osservare che quasi sempre la sua esistenza viene esaltata e giustificata in ragione dei successi pratici, cioè in quanto la scienza si dimostra come un fondamento indispensabile della tecnica. Si ha cioè della scienza una concezione che potremmo dire « utilitaristica » e « trionfalistica », perché essa viene presentata quasi sempre come una conoscenza « che serve », perché ci libera dal timore delle malattie, dalla ignoranza delle origini delle forze della natura, e anzi ci dà il dominio di queste forze.

Non neghiamo che vi siano anche questi aspetti del progresso scientifico, e che la scienza, come ogni attività che fa progredire l'umanità, possa anche essere misurata con questi parametri. Ma pensiamo sia lecito domandarsi se l'utilità della scienza si esaurisca in questo servizio materiale se la sola giustificazione della conoscenza pura, ed a-

stratta dalla immediata applicazione, stia nella aspettazione (pur legittima) dei vantaggi materiali futuri.

La concezione che viene adottata per giudicare il posto che la scienza ha nella nostra civiltà, e quindi per stabilire il valore formativo dell'insegnamento della scienza nelle nostre scuole, si riverbera ovviamente sul criterio di giudizio a proposito del valore formativo della Matematica.

A questo proposito non possiamo nascondere il nostro senso di allarme, per vari episodi recenti che dimostrano — a nostro parere — una sostanziale incomprendimento del significato formativo della Matematica ed una notevole miopia intellettuale. Prima di parlare di questi episodi vorremmo ricordare ancora una volta la stereotipata distinzione tra materie cosiddette « umanistiche » e le altre; contro questa distinzione, noi pensiamo che si possa a ragione parlare seriamente di un'« umanesimo della matematica », che non può essere dimenticato nel mondo di oggi e nello stato della nostra cultura; a meno che non si accetti di ignorare quali siano le spinte interiori, le ragioni profonde e forse spesso inconscie, che muovono i ricercatori e spingono i matematici al lavoro creativo. Invero noi sosteniamo che la creazione matematica abbia caratteristiche molto analoghe a quelle della creazione poetica; oseremo addirittura dire che spesso la creazione matematica si pone forse ad un livello più alto, perché mentre chiunque può crederci poeta, magari scrivendo delle frasi lunghe e corte senza rime né ritmo, la creazione matematica richiede una ascesi severa e dura, che soltanto dopo lungo esercizio e pesante lavoro può rendere qualche frutto.

Naturalmente, quando si fanno delle considerazioni come queste, e si cerca di applicarle al campo della didattica, sorge sempre la domanda: « A che serve? ».

Domanda alla quale appare difficile rispondere, non perché manchino argomenti, ma perché per dare una risposta occorre stare ad un livello intellettuale certamente superiore a quello di colui che ha posto la domanda, e che a questo livello non saprebbe giungere da solo; sennò non avrebbe posto la domanda.

Una domanda cosiffatta viene formulata spesso da chi considera la Matematica come un « male necessario », una specie di tributo alla noia ed alla fatica, che deve essere pagato dagli studenti per conoscere altre cose più utili ed interessanti in sé e per conseguire il sospirato « diploma », che in Italia pare sia l'unico mezzo di promozione sociale burocratica, in mancanza della stima per la vera intelligenza e per lo spirito di iniziativa.

Una domanda cosiffatta è anche al fondo dell'atteggiamento di coloro che pensano (e dichiarano) che è inutile insegnare il teorema di Pitagora a chi vorrà fare il medico oppure l'avvocato, perché tanto non utilizzerà mai il teorema stesso nella futura sua vita professionale.

si adoperano per conoscere e dominare i contenuti stessi, e sia anche motivato a cercar di conoscere gli strumenti formali, facendone oggetto di studio. Questa nostra proposta non è in contraddizione con ciò che si diceva prima e non vuole essere un cedimento alla mentalità di coloro i quali pretendono che si insegni soltanto la « Matematica che serve »; al contrario noi vorremmo che si cercasse nei contenuti lo stimolo allo studio delle strutture ma soltanto quando la massa dei contenuti che si debbono dominare giustifichi l'insegnamento di strutture formali ad un livello superiore di astrazione.

Per fare un esempio, non ci sentiremmo di insegnare la teoria astratta dei gruppi, poi in particolare i gruppi abeliani, agli studenti ai quali dovremo poi presentare, come solo esempio di queste strutture, il gruppo additivo degli interi. Pensiamo invece che la teoria dei gruppi, nei suoi elementi, possa essere insegnata efficacemente quando la massa di contenuti, presi dalla Geometria, dalla Meccanica e da altre dottrine, giustifica lo sforzo per apprendere, dimostrandone la potenza unificatrice ed aprendo la strada alla possibilità di ulteriori creazioni.

In questo ordine di idee, noi pensiamo che la Storia e la tradizione ci presentino in modo abbastanza evidente i contenuti che possono servire allo scopo di cui dicevamo; a nostro parere infatti, il primo insieme di contenuti e di riferimenti alla realtà che può essere utilizzato è fornito dalla Geometria, nel senso tradizionale del termine.

Infatti la Geometria può essere considerata come il primo stadio della matematizzazione del mondo reale, cioè della conoscenza schematizzata, astratta e rigorosa del mondo e delle manipolazioni che noi eseguiamo sugli oggetti che ci circondano.

Pensiamo che ciò sia provato dalla storia: per esempio dal fatto che i primi teoremi, cioè le prime conseguenze rigorosamente dedotte da certe premesse, che l'uomo conosca, sono teoremi di geometria.

Pertanto pensiamo che sia molto utile, per non dire necessario, ribadire il valore formativo della Geometria; e ciò per varie ragioni, che cercheremo di esporre in breve.

Anzitutto pensiamo che la Geometria si presti molto bene per quella educazione alla precisione del linguaggio, alla deduzione rigorosa, alla astrazione ed alla generalizzazione, che sono qualità oggi tanto più necessarie quanto meno sono diffuse; e — ripetiamo — sono qualità necessarie a tutti, all'ingegnere come all'avvocato, al medico come al tecnico.

In secondo luogo, osserviamo che l'occasione di ginnastica intellettuale che viene offerta dalla Geometria, coltivata nel senso tradizionale del termine, non è sottoposta alla condizione preliminare di apprendere determinati formalismi: essa può essere fatta anche utilizzando il linguaggio comune, con la opportuna introduzione dei termini tecnici, e le deduzioni possono essere fatte

con le regole della logica tradizionale. Infine riteniamo di dover dire qualche cosa a proposito della Geometria analitica. Ci pare infatti di poter osservare che questa dottrina offre una ottima occasione all'insegnante per mettere in evidenza il significato della Matematica come insieme di simboli per rappresentare la realtà con la massima precisione, e di procedimenti per dedurre con la massima certezza possibile. Inoltre, si potrebbe anche aggiungere che la Geometria analitica offre delle occasioni molto utili per dare una valutazione critica dei procedimenti logici che si utilizzano, e per determinare i limiti e la portata dei risultati che si ottengono con i metodi Matematici.

Pensiamo che in questo consista il valore formativo di quel procedimento che veniva chiamato una volta « discussione » dei problemi geometrici risolti con strumenti algebrici; procedimento che purtroppo i trattatisti codificarono in un insieme di regole (il famoso « metodo di Tartinville ») che hanno ormai ben poco di intelligente e di formativo.

Ciascuno dei temi che abbiamo sfiorato nei paragrafi precedenti meriterebbe un ampio sviluppo ed un approfondimento a sé stante, che non ci è possibile fare qui. Ci limitiamo a toccare un ultimo argomento, che pare sia oggi oggetto di molta attenzione; intendiamo parlare della dimensione storica dell'insegnamento della Matematica. Vale la pena di osservare che finora tale aspetto dell'insegnamento di questa materia non è stato oggetto di particolare attenzione: invero nella trattatistica dedicata alle scuole dell'ordine secondario si trovano dei cenni biografici sui matematici più importanti, che non vanno al di là dell'episodio aneddotico o della nozione biografica spicciola: si direbbe che ciò è stato fatto soltanto per poter rispondere alle prescrizioni dei programmi ministeriali, ma senza la convinzione, da parte dell'estensore, del fatto che queste nozioni possano avere un profondo valore formativo per chi studia la Matematica.

Questo atteggiamento è forse conseguenza del clima culturale italiano, della distanza tra le cosiddette « due culture », del disinteresse che gli estensori dei testi di Storia hanno sempre tradizionalmente avuto per i fatti della tecnica e della scienza, della mancanza di cattedre di Storia della scienza e in particolare di Storia della Matematica, che fino a poco tempo fa brillavano per la loro assenza nelle Università italiane.

Per fare una sola osservazione particolare, non ci è mai capitato di vedere ricordato, in un manuale di Storia civile, il fatto che nel 1202 per opera di Leonardo Pisano detto il Fibonacci, furono introdotte nella civiltà occidentale le convenzioni arabo-indiane per la rappresentazione dei numeri. Un fatto che ebbe una influenza radicale per lo sviluppo della Matematica e per la evoluzione successiva della scienza e della civiltà umana.

A proposito della dimensione storica

dell'insegnamento della Matematica vorremmo citare qui ciò che scriveva, in anni che ci appaiono ormai lontani, Luigi Brusotti, illustre maestro dell'Ateneo pavese e grande didatta:

« ... Non va dimenticato che da più parti si consiglia di corredare ogni insegnamento matematico culturale con notizie storiche. Ciò da un lato può completare quella visione storica del pensiero che gli allievi attingono da altri insegnamenti (storia civile, storia letteraria, filosofia, storia dell'arte...) nei quali, per ragioni tecniche, difficilmente possono trovare posto adeguati accenni allo sviluppo delle matematiche, dall'altro poi ravviva in certo modo l'esposizione per quel tanto di umano che in essa introduce, e di più distoglie i discenti dall'errore in cui cadrebbero considerando le matematiche come un edificio immobile anziché invece come un organismo in continua evoluzione, intendendole cioè sotto l'aspetto statico anziché sotto quello dinamico più rispondente e vitale... » (LUIGI BRUSOTTI, *Questioni didattiche in Enciclopedia delle matematiche elementari*, Milano, Hoepli, 1949 - Art. LXI - § 8).

Siamo pienamente d'accordo con il matematico pavese. Vorremmo tuttavia aggiungere che l'insegnamento della storia della matematica e in generale della scienza, presenta particolari difficoltà; invero non è possibile presentare la scienza, nei suoi contenuti, secondo il suo sviluppo storico, perché nella evoluzione della scienza spesso le idee veramente profonde, valide e unificanti si presentano alla fine di una faticosa evoluzione, dopo tentennamenti e sviamenti; e l'insegnante ha già il suo grave impegno nell'impartire le nozioni fondamentali della propria dottrina. Occorre anche aggiungere che, per le ragioni che sono state esposte, raramente l'insegnante ha il gusto, l'interesse, la preparazione per presentare la storia della propria dottrina in modo che sia veramente formativa.

Anche qui non ci sentiamo di dare delle prescrizioni e delle norme generali da seguire; vorremmo tuttavia osservare che l'insegnamento della storia della scienza può presentare vari pericoli e dare adito a varie deviazioni che sono fuorvianti o addirittura faziose. Una delle possibili deviazioni è già stata ricordata e consiste nella presentazione delle nozioni storiche come pura aneddotica, talvolta anche pittoresca, senza alcun valore formativo. Una seconda possibile deviazione potrebbe essere individuata in una specie di trionfalismo della scienza, che fa apparire il nostro tempo come il migliore possibile, e maschera le vere difficoltà che sono state superate dai grandi del passato. Così, per fare un esempio paradossale, lo studente del primo biennio di ingegneria può essere indotto a crederci più bravo di Archimede, perché questi ha risolto soltanto il problema della quadratura delle parabola, mentre lui, il giovane bravo, in possesso dei metodi del calcolo integrale, sa calcolare l'arca di figure ben più complicate.

Occorrerebbe invece mettere in evidenza la statura dei grandi del passato, che

seppero rompere gli schemi considerati validi al loro tempo, e seppero superare, con mezzi limitatissimi, delle difficoltà che oggi noi superiamo facilmente, proprio grazie alle conquiste del loro genio.

Per esempio, ci pare che sia particolarmente interessante il sottolineare quanto sia importante, per il progresso della Matematica e della scienza in generale, la invenzione di un sistema di simboli, che permettono di rappresentare univocamente gli enti che si studiano e permettono la deduzione, con certezza e speditezza di procedure. Si pensi a ciò che abbiamo già detto, a proposito della introduzione delle convenzioni arabo-indiane per la rappresentazione dei numeri; si pensi alla potenza delle notazioni algebriche: per rendersene conto, basta ricordare i discorsi con cui N. Tartaglia presentò i procedimenti di soluzione delle equazioni algebriche di terzo grado, e confrontare quella esposizione faticosa e contorta con quella che si può dare oggi con i simboli dell'Algebra.

Sempre nello spirito che abbiamo cercato di presentare nelle pagine precedenti, vorremmo anche ricordare che, quando si tengano presenti gli sviluppi storici della scienza, i problemi che oggi formano oggetto di studio si presentano nel loro aspetto complessivo; ciò permette di presentare le motivazioni, le origini, le necessità storiche e la evoluzione quasi necessaria che hanno por-

tato all'assetto attuale della scienza; e quindi permette di conoscere il cammino che ha condotto alla invenzione di algoritmi che oggi costituiscono argomento di studio.

Tra i tanti esempi che vengono alla mente, vorremmo ricordare l'insegnamento della trigonometria, che viene impartito nelle scuole dell'ordine secondario e che è d'altronde necessario per molte applicazioni della tecnica. È chiaro che i fondamenti della trigonometria sono da ricercarsi in quelli che si chiamavano una volta i «criteri di uguaglianza dei triangoli»; secondo tali criteri, un triangolo piano (in Geometria euclidea, ovviamente) è determinato quando se ne conoscano almeno tre elementi, tra i quali deve essere almeno un lato. La determinazione del triangolo (o dei due triangoli) che sono così dati si può fare con semplicissime costruzioni geometriche; pertanto si potrebbe considerare risolto il problema geometrico se le costruzioni eseguite potessero permettere delle misure sulle figure con errori tollerabili. I calcoli che vengono fatti con le formule di trigonometria permettono ovviamente delle approssimazioni di ordine molto più grande, ma, nella loro essenza, costituiscono soltanto una utilizzazione delle tabulazioni già tradizionalmente eseguite, e delle soluzioni tradizionali dei problemi elementari.

Invece, nell'insegnamento tradizionale di questo capitolo della Matematica e della Geometria elementari, l'allievo viene sommerso da una alluvione di no-

zioni e soprattutto di formule in modo tale che spesso non sa più risolvere un triangolo quando si trova di fronte a tale problema, alla fine del corso.

In generale, si potrebbe dire che la presentazione della storia dei problemi permetterebbe di dare una visione unitaria di questi e quindi permetterebbe di motivare gli sviluppi teorici, impiantandoli sulle analisi successive degli elementi costitutivi dei problemi stessi.

Non ci è possibile sviluppare qui ulteriormente le varie linee di pensiero a cui abbiamo sommariamente accennato nelle pagine che precedono. Ci limitiamo quindi a ribadire la nostra opinione che la Matematica sia una delle colonne portanti della cultura contemporanea e che il suo insegnamento debba essere considerato come fondamentale per la formazione intellettuale e anche morale del giovane. Non riteniamo che, per conseguire questo scopo, siano necessarie tante innovazioni nei contenuti da insegnare e nei programmi, perché crediamo che gli argomenti trattati abbiano un valore relativamente secondario rispetto allo spirito con cui vengono comunicati. Piuttosto riteniamo che sia utile una rimeditazione da parte degli insegnanti di ciò che essi trasmettono, per modo che questi argomenti diventino occasioni di formazione piuttosto che coacervi di informazioni.

Carlo Felice Manara

È in corso di pubblicazione il numero speciale (03) di «NUOVA SECONDARIA» - 64 pagine - interamente dedicato alla preparazione ai CONCORSI - Il fascicolo si può avere:

- a) gratuitamente sottoscrivendo l'abbonamento alla rivista e facendone espressa richiesta;*
- b) al prezzo di L. 3.000, come fascicolo singolo, presso i punti di vendita dell'Editrice (Filiali, Concessionari, Agenti) o per posta da Brescia con aggravio di L. 1.000 per spese di spedizione.*

EDITRICE LA SCUOLA - BRESCIA